

## 参考答案: 作业 1 附加题

**关于第一题的说明:** 严格来讲, 只有确定了最终答案是内点解, 才能放心使用一阶条件. 要保证这里的解是内点解 (即  $A$  介于 0 和  $w$  之间), 还需要额外增加关于参数  $R_1$  和  $R_0$  的限制. 我们此处回避了这些讨论, 因为它们比较冗繁, 而且在金融学的背景下并非完全必要: 若允许卖空股票和债券,  $A$  的取值可以是任意实数, 此时不存在端点解.

### 1.1

投资者将财富  $A$  用于风险资产, 财富  $w - A$  用于无风险资产.

- 当风险资产回报率为  $R$  时, 其最终财富水平为  $A(1 + R) + w - A = w + AR$

投资者期望效用最大化问题:

$$\max_A q \ln(w + AR_1) + (1 - q) \ln(w + AR_0)$$

一阶条件  $\implies$

$$A = \frac{w}{-R_0 R_1} \frac{R_1 q + R_0 (1 - q)}{q(1 - q)}$$

- $A$  关于  $w$  递增. 因此, 随着财富的增加, 投资者会更多地投资风险资产.

### 1.2

投资者期望效用最大化问题:

$$\max_A -q \exp[-(w + AR_1)] - (1 - q) \exp[-(w + AR_0)]$$

一阶条件:

$$qR_1 \exp[-(w + AR_1)] + (1 - q)R_0 \exp[-(w + AR_0)] = 0$$

约掉通项  $\exp(-w)$  后, 一阶条件和  $w$  无关. 因此,  $A$  和  $w$  无关, 即投资者对风险资产的投资水平和财富水平无关.

### 1.3

对于第一位投资者  $u = \ln(x)$ :

- $r(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)} = 1/x$
- 绝对风险规避系数随着财富的上升而下降, 因此随着财富的增加, 投资者会更多地投资风险资产

对于第二位投资者  $u = -e^{-x}$ :

- $r(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)} = 1$
- 绝对风险规避系数和财富无关, 因此均衡中投资者的风险资产配置和财富水平无关

## 2

问题出在下面这段论述:

- “对任意结果  $x$ , 定义  $u(x)$  为等价概率由连续性, 存在唯一  $u(x) \in [0, 1]$  使得...”

连续性公理无法保证  $u(x)$  的唯一性, 它的唯一性需要从独立性公理证明得到. 详细过程见课程网站上的阅读资料.