信号博弈：教育兼具人力资本功能与信号功能情形

- 信息经济学
- 湖南大学课程

模型设定

- 市场上存在两类求职者: $i \in \{1, 2\}$
- 教育能提高求职者的产出:
  - 第 i 类求职者的教育程度为 E 时, 其产出为 $s_i(E)$
- 生产函数 $s_1(E)$ 和 $s_2(E)$ 满足
  - $s_2(E) > s_1(E)$ 且 $s_2'(E) > s_1'(E)$;
- 成本函数 $c_1(E)$ 和 $c_2(E)$ 满足:
  - $c_1(E) > c_2(E)$ 且 $c_1'(E) > c_2'(E)$
- 上述假设延续了我们此前 "高产出群体信号成本更低" 的模型设定

其它假设:

- 为确保均衡存在且唯一, 假设 $s_i(E)$ 为凹函数、$c_i(E)$为凸函数

基准情形: 无信息不对称

若求职者的类型是可观测的:

- 第 i 类求职者会选择社会最优的教育水平 E_i^*:

$$s_i'(E_i^*) = c_i'(E_i^*)$$

- 由于劳动力市场是充分竞争的, 两类求职者的工资为 $w_i^* = s_i(E_i^*)$
- 基准情形的均衡结果是社会最优的 (即第一最优解)

基准情形: 无信息不对称

若求职者的类型是可观测的:

- 第 i 类求职者会选择社会最优的教育水平 E_i^*:

$$s_i'(E_i^*) = c_i'(E_i^*)$$

- 由于劳动力市场是充分竞争的, 两类求职者的工资为 $w_i^* = s_i(E_i^*)$
- 基准情形的均衡结果是社会最优的 (即第一最优解)

说明:

- 不同于此前教育仅具有信号功能的情形, 现在求职者的教育投资可以提高其产出. 因此, 社会最优的教育投资不再是零, 而是 E_1^* 和 E_2^*, 且 $E_2^* > E_1^* > 0$

信息不对称情形

考虑求职者类型不可观测的情形, 此时均衡可能为分离均衡或混同均衡.

根据均衡的效率不同, 可进一步细分得到三种可能的均衡情形:

1. 帕累托有效的分离均衡 (即有效分离均衡)
   - 此时求职者的教育选择和基准情形相同
2. 缺乏效率的分离均衡
3. 混同均衡
   - 因为基准情形中两类求职者的教育选择不同 (E_1^* 不等于 E_2^*), 而混同均衡中两类求职者的教育选择相同, 混同均衡一定是缺乏效率的.

有效分离均衡

两类求职者在分离均衡中的净收入函数:

$$N_i(E) = s_i(E) - c_i(E)$$

- 由于 $s_i(E)$ 为凹且 $c_i(E)$ 为凸, 净收入函数 $N_i(E)$ 是凹的.

若低产出群体 $(i = 1)$ 想要伪装为高产出群体, 其获得的净收入为

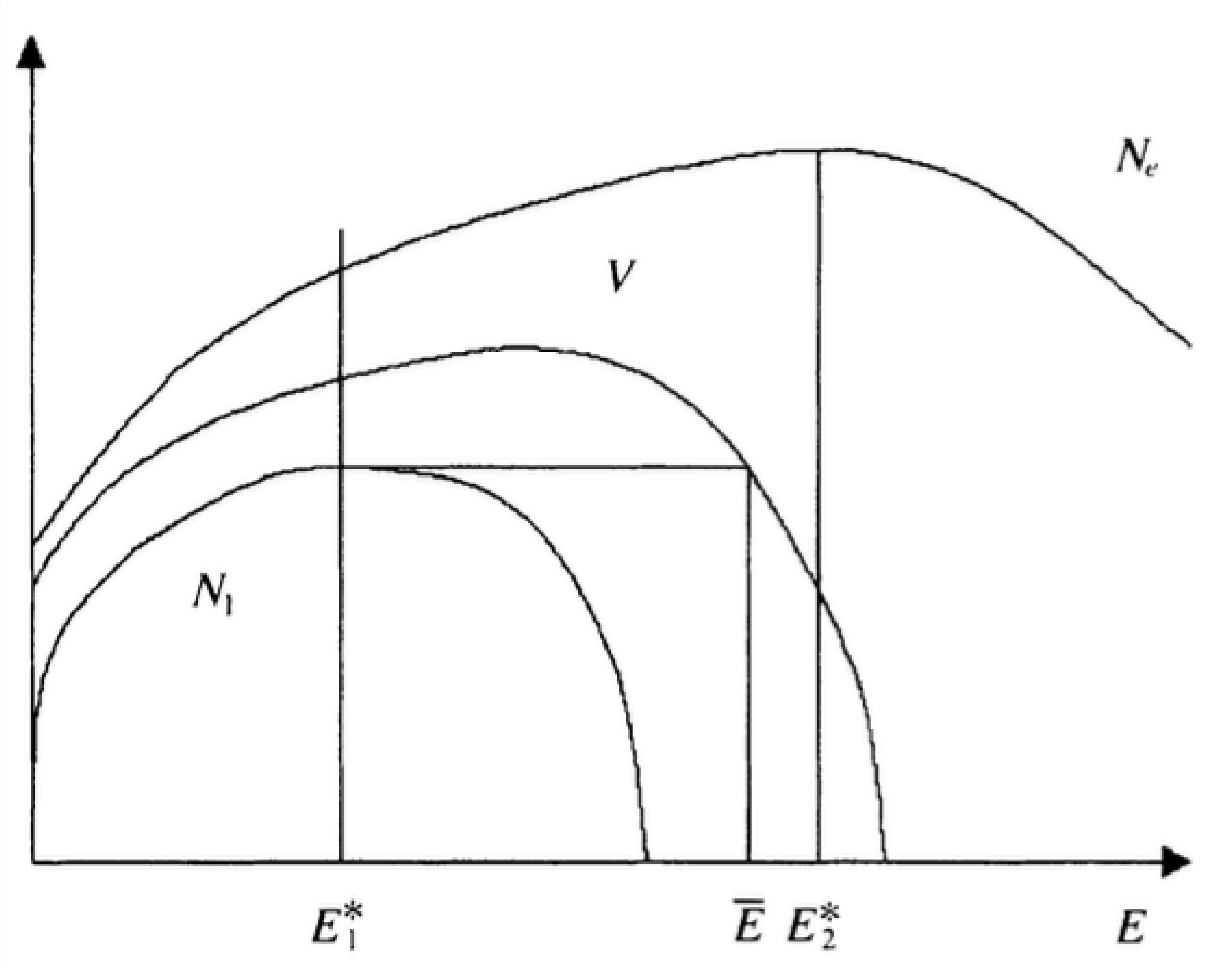
$$V_1(E) = s_2(E) - c_1(E)$$

- 注: 虽然伪装后的低产出群体能获得高产出群体的工资水平 $s_2(E)$, 但其承担的教育成本仍然为 $c_1(E)$, 而非 $c_2(E)$.

有效分离均衡中, 低产出群体的 IC 条件为 $N_1(E_1^*) \geq V_1(E_2^*)$.

- 类似可写出高产出群体 $(i = 2)$ 的 IC 条件.

有效分离均衡: 图例



有效分离均衡: 图例

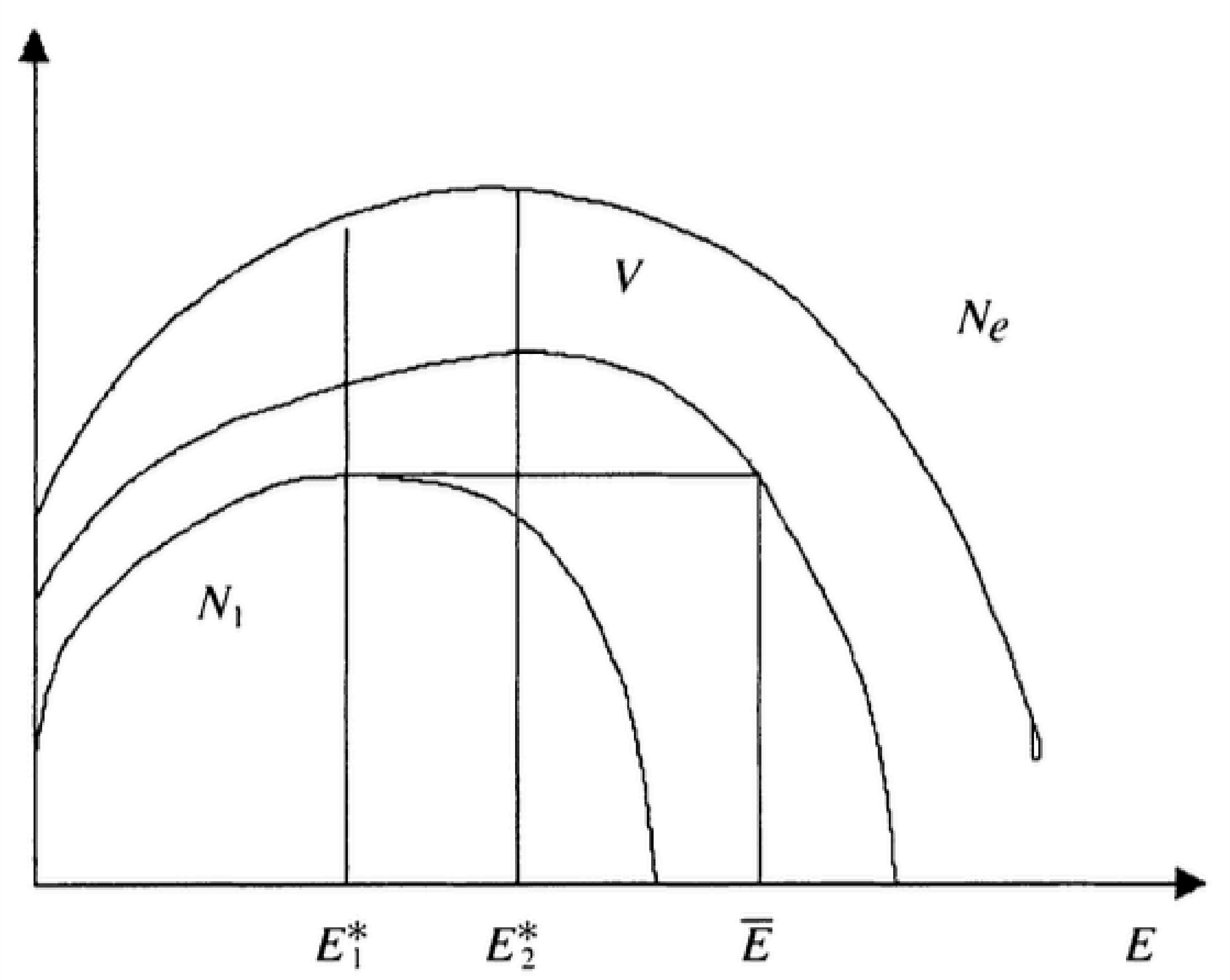
- 图例中, $\bar{E}$ 满足 $N_1(E_1^*) = V_1(\bar{E})$
- 当高产出群体的最优教育水平 E_2^* 位于 $\bar{E}$ 右侧时, 一定有 $V_1(E_2^*) < V_1(\bar{E})$. 此时, 低产出群体不会伪装高产出群体.
- 留做习题: 请验证, 此时高产出群体也不会伪装为低产出群体.

有效分离均衡: 图例

- 图例中, $\bar{E}$ 满足 $N_1(E_1^*) = V_1(\bar{E})$
- 当高产出群体的最优教育水平 E_2^* 位于 $\bar{E}$ 右侧时, 一定有 $V_1(E_2^*) < V_1(\bar{E})$. 此时, 低产出群体不会伪装高产出群体.
- 留做习题: 请验证, 此时高产出群体也不会伪装为低产出群体.

反之, 若 E_2^* 位于 $\bar{E}$ 左侧时, 低产出群体会伪装为高产出群体. 此时, 有效分离均衡无法维持.

缺乏效率的分离均衡: 图例



缺乏效率的分离均衡

图例中, E_2^* 位于 $\bar{E}$ 左侧.

- 若 $E_2 = E_2^*$, 低产出群体会伪装高产出群体, 分离均衡无法维持.

为了维持分离均衡, 高产出群体的教育选择 E_2 不得低于 $\bar{E}$.

- 此时, 高产出群体的最低教育选择为 $E_2 = \bar{E}$.
- 均衡中高产出群体存在**过度**教育投资: $\bar{E} > E_2^*$

缺乏效率的分离均衡

注: 上述缺乏效率的分离均衡, 和我们此前的纯信号模型很相似.

- 纯信号模型中, 高产出者为了将自己和低产出者区分开, 必须获取正的教育水平. 此时, 任何分离均衡必然伴随过度教育投资.

混同均衡

设低产出群体占比为α, 混同均衡下所有求职者均获得相同工资 $W(E)$:

$$W(E) = \alpha s_1(E) + (1-\alpha) s_2(E)$$

- 此前的纯信号模型中, 混同均衡是社会最优的.
- 教育兼具人力资本功能时, 混同均衡不是社会最优的.
  - 具体而言, 高产出群体的混同均衡福利一定低于基准情形; 低产出群体则不然, 因为他们的工资水平被高产出群体拉高了, 其混同均衡福利甚至可能高于基准情形.

当分离均衡存在效率损失且 α 低于某阈值时, 混同均衡相较于分离均衡是帕累托占优的.

对教育征税

和教育只有纯信号功能的情形类似, 可以通过对教育收税来实现社会最优.

对教育征税

和教育只有纯信号功能的情形类似, 可以通过对教育收税来实现社会最优.

下面使用连续类型、而非二元类型来计算最优税收方案.

假设求职者的类型构成连续区间 $[0, 1]$

- 用 $z \in [0, 1]$ 来表示求职者的类型
- 类型 z 求职者的产出: $zs_1(E) + (1 - z)s_2(E)$
- 类型 z 求职者的教育成本: $zc_1(E) + (1 - z)c_2(E)$

注: 根据上述设定, 类型 z 越高, 求职者产出越低, 且教育成本越高.

最优教育水平

- 类型 z 求职者的 (社会) 最优教育水平 $E^*(z)$ 为如下最优化问题的解:

$$\max_E z(s_1(E) - c_1(E)) + (1 - z)(s_2(E) - c_2(E))$$

- 请验证: 最优教育水平 $E^*(z)$ 关于类型 z 严格递减

完全分离均衡

当类型不再是二元情形时, 均衡可能是部分分离 (或部分混同) 的.

- 比如, 若类型 z_1, z_2 选择教育水平 0.5, 而类型 z_3, z_4 选择教育水平 0.8, 此时的结果既有分离的成分、也有混同的成分.

若不同类型的求职者选择的教育水平一定不同, 公司仍可通过教育信号来完美推断求职者类型.

- 称此时的均衡为**完全分离均衡**.

完全分离均衡

当类型不再是二元情形时, 均衡可能是部分分离 (或部分混同) 的.

- 比如, 若类型 z_1, z_2 选择教育水平 0.5, 而类型 z_3, z_4 选择教育水平 0.8, 此时的结果既有分离的成分、也有混同的成分.

若不同类型的求职者选择的教育水平一定不同, 公司仍可通过教育信号来完美推断求职者类型.

- 称此时的均衡为**完全分离均衡**.

如果用函数 $E(z)$ 表示类型 z 求职者的教育选择, 完全分离均衡意味着映射 $E(z)$ 为**单射**, 即 $z \neq z' \implies E(z) \neq E(z')$.

- 由于 $E^*(z)$ 是严格单调的, 它一定是单射.

最优税收方案

命题: 存在税收函数 $t(E)$, 使得博弈存在**完全分离均衡**, 且均衡中类型 z 求职者的教育选择恰好为社会最优水平 $E^*(z)$.

最优税收方案

命题: 存在税收函数 $t(E)$, 使得博弈存在**完全分离均衡**, 且均衡中类型 z 求职者的教育选择恰好为社会最优水平 $E^*(z)$.

注:

- 上述命题中, 税收函数 $t(E)$ 可以是非线性的.
  - 此前的纯信号模型中, 我们只考虑了线性税收的情形.
- 上述命题中, 税收函数 $t(E)$ 的取值可以为负.
  - 取值为负的经济学含义: 若 $t(E) < 0$, 政府会对教育水平为 E 的求职者提供补贴、而非征税.

证明

假设该有效分离均衡存在. 由于 $E^*(z)$ 是严格单调的, 其反函数存在, 令 $Z(E)$ 表示 $E^*(z)$ 的反函数.

- $Z(E)$ 体现了均衡中雇主对求职者能力的推断.
- 当雇主观测到教育水平 E 时, 会推断求职者能力为 $Z(E)$, 并支付工资 $Z(E)s_1(E) + (1 - Z(E))s_2(E)$.

证明

假设该有效分离均衡存在. 由于 $E^*(z)$ 是严格单调的, 其反函数存在, 令 $Z(E)$ 表示 $E^*(z)$ 的反函数.

- $Z(E)$ 体现了均衡中雇主对求职者能力的推断.
- 当雇主观测到教育水平 E 时, 会推断求职者能力为 $Z(E)$, 并支付工资 $Z(E)s_1(E) + (1 - Z(E))s_2(E)$.

记 $w(E) = Z(E)s_1(E) + (1 - Z(E))s_2(E) - t(E)$

- 工资函数 $w(E)$ 表示市场给出的竞争性工资水平减去政府税收
- 若 $t(E)$ 为负, 则表示竞争性工资水平加上政府补贴

证明

假设该有效分离均衡存在. 由于 $E^*(z)$ 是严格单调的, 其反函数存在, 令 $Z(E)$ 表示 $E^*(z)$ 的反函数.

- $Z(E)$ 体现了均衡中雇主对求职者能力的推断.
- 当雇主观测到教育水平 E 时, 会推断求职者能力为 $Z(E)$, 并支付工资 $Z(E)s_1(E) + (1 - Z(E))s_2(E)$.

记 $w(E) = Z(E)s_1(E) + (1 - Z(E))s_2(E) - t(E)$

- 工资函数 $w(E)$ 表示市场给出的竞争性工资水平减去政府税收
- 若 $t(E)$ 为负, 则表示竞争性工资水平加上政府补贴

为了实现最优教育水平 $E^*(z)$, 我们直接求解 $E^*(z)$ 对应的工资水平 $w(E)$.

证明

对任意类型 z, 给定工资 $w(E)$, 其教育投资水平满足如下方程:

$$w'(E) = zc_1'(E) + (1-z)c_2'(E)$$

将 $z = Z(E)$ 代入上面的微分方程, 等式两边同时对 E 积分, 可得到社会最优的 $w^*(E)$.

- 积分后会得到一个常数项, 这个常数项需要通过 "总税收=总补贴" 这个预算平衡约束来确定.
- 政府可以通过选择适当的税收政策 $t(E)$ 来实现最优工资 $w^*(E)$.

补充说明:

- 决定最优工资方案的微分方程与求职者的类型分布无关.
- 也就是说, 即使将概率质量集中于 $z = 0$ 和 $z = 1$ 两点 (即此前的二元模型情形), 上述求解过程依然成立.

小结

在教育兼具人力资本功能的情形下:

1. 可能存在有效的分离均衡
2. 可能因信号需求导致高产出群体过度投资教育
3. 当低产出群体规模较小时, 存在帕累托占优的混同均衡
4. 总存在能实现完全有效分离均衡的税收方案.